

TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ - 1

v6

1 Donnée

Un transformateur monophasé a les caractéristiques suivantes :

- Résistance primaire : $R_1 = 20 \, \Omega$
- Résistance secondaire : $R_2 = 0.05 \, \Omega$
- Inductance propre primaire : $L_{11} = 4 \, \text{H}$
- Inductance de fuite primaire : $L_{\sigma 1} = 60 \, \text{mH}$
- Inductance de fuite secondaire : $L_{\sigma 2} = 0.15 \, \text{mH}$
- Rapport de transformation : $\ddot{u} = 20$

Ce transformateur est alimenté au primaire par une source de tension sinusoïdale de 230V/50Hz.

Déterminer :

1. Les inductances de champ principal primaire et secondaire, l'inductance mutuelle et l'inductance propre secondaire.
 - 1.1 Le facteur de couplage (si vu au cours).
2. La tension secondaire à vide.
3. Le courant et la tension secondaires ainsi que la puissance consommée dans la charge, lorsque le secondaire est connecté à une charge constituée par la mise en série d'une résistance de $4 \, \Omega$ et d'une inductance de $15 \, \text{mH}$.
 - 3.1 Pour le cas idéal.
 - 3.2 Avec l'hypothèse de Kapp.
 - 3.3 Avec le schéma complet (sans l'hypothèse de Kapp).
 - 3.4 Comparer les différentes valeurs de tension, courant et puissance du point 3.3.

2 Préambule

Dans un premier temps cet exercice sert de liaison entre les notions de circuit magnétique et la réalité d'un transformateur et de son schéma équivalent. Ceci permet entre autres de voir si l'on a vraiment compris ce que sont les différentes inductances. Typiquement comprendre ce qu'est l'inductance de champ principal et les inductances de fuite et leurs liens avec les inductances propres et mutuelles.

Dans un deuxième temps cet exercice a pour but d'établir les 3 schémas équivalents possibles du transformateur et permet de comprendre comment chaque schéma est établi et leurs différences. Pour cela le cas d'un transformateur réel alimentant une charge est étudié et la tension, le courant et la puissance de la charge sont calculés dans chacun des cas et seront comparés.

3 Corrigé

1. Inductances

Les différentes inductances valent :

$$L_{11} = L_{\sigma 1} + L_{h1} = 4 [H] \quad (1)$$

$$L_{h1} = L_{11} - L_{\sigma 1} = 3.94 [H] \quad (2)$$

Par définition :

$$L_{h1} = N_1^2 \Lambda_h \quad (3)$$

$$L_{h2} = N_2^2 \Lambda_h \quad (4)$$

$$L_m = N_1 N_2 \Lambda_h = L_{h1} \frac{N_2}{N_1} = L_{h1} \frac{1}{\ddot{u}} = L_{h2} \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u} L_{h2} = 197 [mH] \quad (5)$$

De (3) et (4) nous tirons :

$$L_{h2} = L_{h1} \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 = L_{h1} \frac{1}{\ddot{u}^2} = 9.85 [mH] \quad (6)$$

Et de là :

$$L_{22} = L_{\sigma 2} + L_{h2} = 10 [mH] \quad (7)$$

1.1 Facteur de couplage

Le facteur de couplage k est donné par :

$$k = \frac{L_m}{\sqrt{L_{11} L_{22}}} = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} L_{22}}} = 0.985 \quad (8)$$

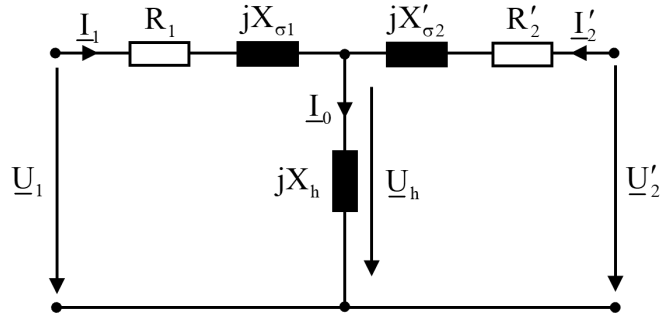
2. Tension secondaire à vide

La tension secondaire à vide est donnée par :

$$U_{20} \cong U_1 \frac{N_2}{N_1} = \frac{230}{20} = 11.5 [V] \quad (9)$$

3. Schémas équivalents

Détermination des éléments du schéma équivalent



$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = 20 \quad (10)$$

$$R'_2 = \ddot{u}^2 R_2 = 20 \text{ } [\Omega] \quad (11)$$

$$X'_{\sigma 2} = \ddot{u}^2 X_{\sigma 2} = \ddot{u}^2 \omega L_{\sigma 2} = 18.85 \text{ } [\Omega] \quad (12)$$

$$X_{\sigma 1} = \omega L_{\sigma 1} = 18.85 \text{ } [\Omega] \quad (13)$$

$$X_h = \omega L_{h1} = 1237.8 \text{ } [\Omega] \quad (14)$$

$$R_1 = 20 \text{ } [\Omega] \quad (15)$$

Nous pouvons définir 3 impédances qui nous seront utiles dans les différents schémas étudiés :

- l'impédance primaire

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{\sigma 1} \text{ } [\Omega] \quad (16)$$

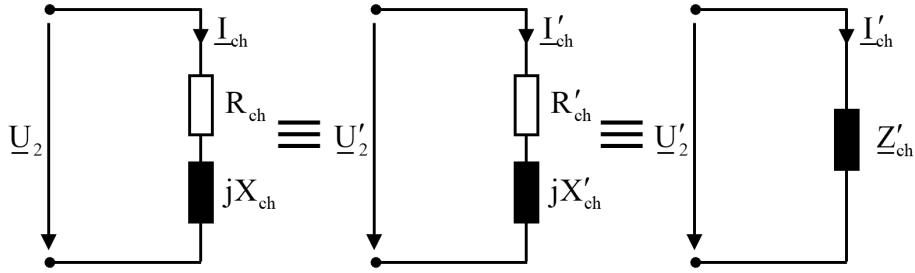
- l'impédance de la branche magnétisante

$$\underline{Z}_h = jX_h \text{ } [\Omega] \quad (17)$$

- l'impédance secondaire

$$\underline{Z}'_2 = R'_2 + jX'_{\sigma 2} \text{ } [\Omega] \quad (18)$$

La charge est constituée de la mise en série d'une résistance et d'une inductance



$$R_{ch} = 4 \text{ } [\Omega] \quad (19)$$

$$R'_{ch} = \ddot{u}^2 R_{ch} = 1600 \text{ } [\Omega] \quad (20)$$

$$X_{ch} = \omega L_{ch} = 4.71 \text{ } [\Omega] \quad (21)$$

$$X'_{ch} = \ddot{u}^2 X_{ch} = 1885 \text{ } [\Omega] \quad (22)$$

Nous pouvons définir :

$$\underline{Z}_{ch} = R_{ch} + jX_{ch} = 4 + j4.71 \text{ } [\Omega] \quad (23)$$

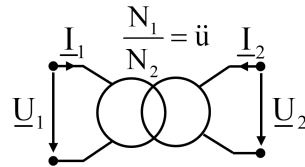
$$Z_{ch} = |\underline{Z}_{ch}| = 6.18 \text{ } [\Omega] \quad (24)$$

$$\underline{Z}'_{ch} = R'_{ch} + jX'_{ch} = \ddot{u}^2 \underline{Z}_{ch} = 1600 + j1885 \text{ } [\Omega] \quad (25)$$

$$Z'_{ch} = |\underline{Z}'_{ch}| = \ddot{u}^2 |\underline{Z}_{ch}| = 2472.5 \text{ } [\Omega] \quad (26)$$

3.1 Cas idéal

Dans le cas idéal, le transformateur n'a pas d'impédance.



Ainsi

$$U'_2 = U_1 = 230 \text{ } [V] \quad (27)$$

$$U_2 = \frac{U_1}{\ddot{u}} = 11.5 \text{ } [V] \quad (28)$$

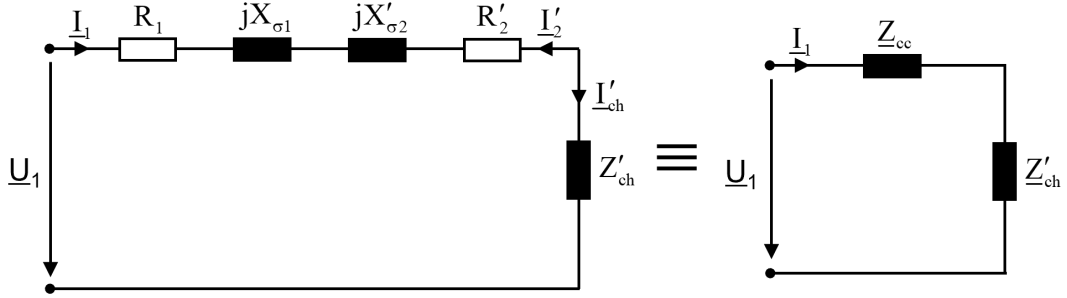
Avec Z_{ch} (24) défini précédemment

$$I_{ch} = \frac{U_2}{Z_{ch}} = 1.86 \text{ } [A] \quad (29)$$

$$P_{ch} = R_{ch} I_{ch}^2 = R'_{ch} I'_{ch}{}^2 = 13.85 \text{ } [W] \quad (30)$$

3.2 Cas avec hypothèse de Kapp

Le schéma équivalent est :



L'impédance équivalente vaut :

$$\underline{Z}_{eq} = (R_1 + R'_2 + R'_{ch}) + j(X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} + X'_{ch}) \quad (31)$$

Avec les équations (16) (18) et (26) définies précédemment nous pouvons écrire plus simplement :

$$\underline{Z}_{eq} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_{ch} = 1640 + j 1922.65 \text{ } [\Omega] \quad (32)$$

$$Z_{eq} = |\underline{Z}_{eq}| = 2527 \text{ } [\Omega] \quad (33)$$

De là le courant primaire I_1 , et donc I'_{ch} , vaut :

$$I'_{ch} = I_1 = \frac{U_1}{Z_{eq}} = 91 \text{ } [mA] \quad (34)$$

et donc

$$I_{ch} = \ddot{u} I'_{ch} = 1.82 \text{ } [A] \quad (35)$$

et de là nous avons

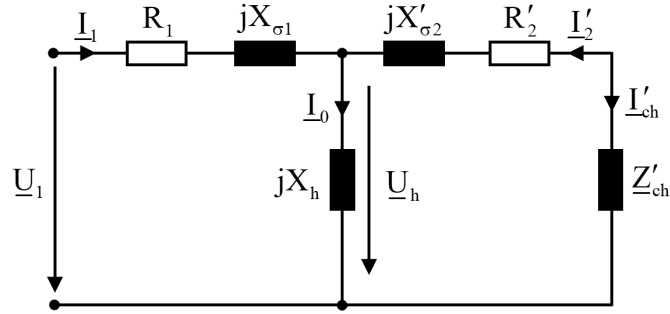
$$U_2 = Z_{ch} I_{ch} = 11.25 \text{ } [V] \quad (36)$$

La puissance consommée dans la charge :

$$P_{ch} = R_{ch} I_{ch}^2 = R'_{ch} I'_{ch}{}^2 = 13.25 \text{ } [W] \quad (37)$$

3.3 Calcul avec schéma complet (sans l'hypothèse de Kapp)

Le schéma équivalent est :



L'impédance équivalente vaut :

$$\underline{Z}_{eq} = (R_1 + j X_{\sigma 1}) + \frac{j X_h [(R'_2 + R'_{ch}) + j (X'_{\sigma 2} + X'_{ch})]}{(R'_2 + R'_{ch}) + j (X'_{\sigma 2} + X'_{ch} + X_h)} = 218.66 + j 871.39 [\Omega] \quad (38)$$

Et de là :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{eq}} = 0.062 - j 0.248 [A] \quad (39)$$

$$\underline{U}_h = \underline{U}_1 - (R_1 + j X_{\sigma 1}) \underline{I}_1 = 224 + j 3.79 [V] \quad (40)$$

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_h}{j X_h} = 3 - j 181 [mA] \quad (41)$$

$$\underline{I}'_{ch} = -\underline{I}'_2 = \underline{I}_1 - \underline{I}_0 = 59.2 - j 67.3 [mA] \quad (42)$$

$$I'_{ch} = |\underline{I}'_{ch}| = 89.7 [mA] \quad (43)$$

$$I_{ch} = \ddot{u} I'_{ch} = 1.793 [A] \quad (44)$$

$$U_2 = Z_{ch} I_{ch} = 11.08 [V] \quad (45)$$

La puissance dissipée dans la charge :

$$P_{ch} = R_{ch} I_{ch}^2 = R'_{ch} I'_{ch}{}^2 = 12.86 [W] \quad (46)$$

3.4 Bilan/Comparaison

Comparaison	Idéal	Kapp	Complet
Tension	11.5 V	11.25 V	11.08 V
Courant	1.86 A	1.82 A	1.79 A
Puissance	13.85 W	13.25 W	12.86 W

Différences entre les puissances:

- Schéma complet et cas idéal = 7.1%
- Schéma complet et schéma avec hypothèse de Kapp = 3%